

제 3 교 시

2018학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

# 수 학 영 역

나 형

성명		수험번호							
----	--	------	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

관  
망

1. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  
집합  $A^C \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 4^n + 3^n}{4^{n+1} - 2 \times 3^n}$ 의 값은? [2점]

①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{3}{4}$                       ③ 1                      ④  $\frac{5}{4}$                       ⑤  $\frac{3}{2}$

3. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h} = 6$$

일 때,  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

4. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{5}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? (단,  $B^C$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

①  $\frac{4}{15}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{2}{5}$

④  $\frac{7}{15}$

⑤  $\frac{8}{15}$

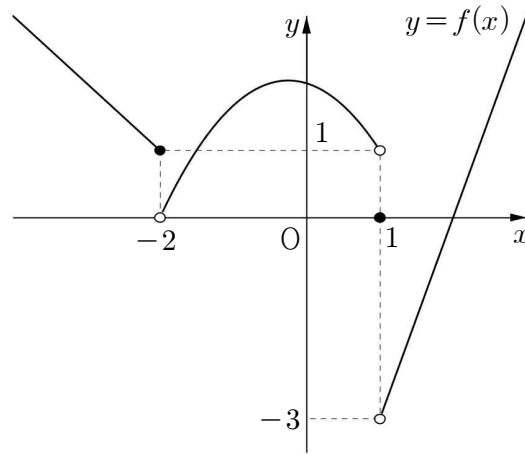
5. 곡선  $y = x^3 - 4x$  위의 점  $(-2, 0)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

6. 함수  $f(x) = \frac{bx+1}{x+a}$  의 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 점  $(2, 1)$ 에 대하여 대칭일 때,  
 $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는  $ab \neq 1$ 인 상수이다.) [3점]

- ① -3                      ② -1                      ③ 1                      ④ 3                      ⑤ 5

7. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

8.  $\log 6 = a$ ,  $\log 15 = b$  라 할 때, 다음 중  $\log 2$  를  $a$ ,  $b$  로 나타낸 것은? [3점]

①  $\frac{2a-2b+1}{3}$

②  $\frac{2a-b+1}{3}$

③  $\frac{a+b-1}{3}$

④  $\frac{a-b+1}{2}$

⑤  $\frac{a+2b-1}{2}$

9. 빨간 공 3 개, 파란 공 2 개, 노란 공 2 개가 있다. 이 7 개의 공을 모두 일렬로 나열할 때, 빨간 공끼리는 어느 것도 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45

② 50

③ 55

④ 60

⑤ 65



10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+7}-a}{x-2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가  $x=2$ 에서 연속일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{3}{4}$

③ 1

④  $\frac{5}{4}$

⑤  $\frac{3}{2}$

11. 집합  $X = \{2, 4, 6, 8\}$ 에서  $X$ 로 의 일대일 대응  $f(x)$ 가

$$f(6) - f(4) = f(2), \quad f(6) + f(4) = f(8)$$

을 모두 만족시킬 때,  $(f \circ f)(6) + f^{-1}(4)$ 의 값은? [3점]

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

12. 점  $(-2, 2)$ 를 지나는 함수  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 후  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 그래프가 점  $(-8, 5)$ 를 지날 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

13. 다음 표는 어느 고등학교의 수학 점수에 대한 성취도의 기준을 나타낸 것이다.

성취도	A	B	C	D	E
수학 점수	89 점 이상	79 점 이상 ~ 89 점 미만	67 점 이상 ~ 79 점 미만	54 점 이상 ~ 67 점 미만	54 점 미만

예를 들어, 어떤 학생의 수학 점수가 89 점 이상이면 성취도는 A 이고, 79 점 이상이고 89 점 미만이면 성취도는 B 이다. 이 학교 학생들의 수학 점수는 평균이 67 점, 표준편차가 12 점인 정규분포를 따른다고 할 때, 이 학교의 학생 중에서 수학 점수에 대한 성취도가 A 또는 B 인 학생의 비율을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228      ② 0.0668      ③ 0.1587      ④ 0.1915      ⑤ 0.3085

14. 원점에서 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도를 각각  $f(t)$ ,  $g(t)$ 라 하면

$$f(t) = t^2 + t, \quad g(t) = 5t$$

이다. 두 점 P, Q가 출발 후 처음으로 만날 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 82                      ② 84                      ③ 86                      ④ 88                      ⑤ 90

15. 함수  $f(x) = 4x^2 + ax$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k f\left(\frac{k}{2n}\right) = 2$$

가 성립하도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [4점]

①  $\frac{19}{2}$

②  $\frac{39}{4}$

③ 10

④  $\frac{41}{4}$

⑤  $\frac{21}{2}$

16. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여  $A \cap X \neq \emptyset$ ,  $B \cap X \neq \emptyset$ 을 모두 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수는? [4점]

- ① 102                      ② 104                      ③ 106                      ④ 108                      ⑤ 110



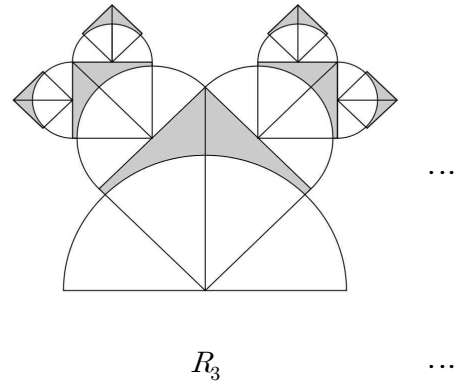
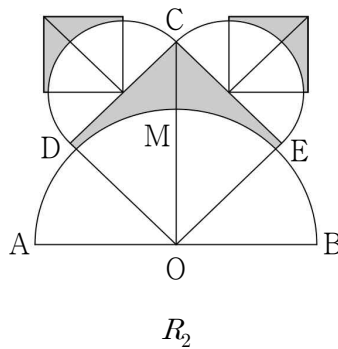
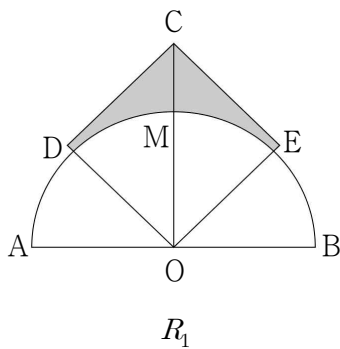
17. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 이 반원의 호 AB를 이등분하는 점을 M이라 하고 선분 OM을 3:1로 외분하는 점을 C라 하자. 선분 OC를 대각선으로 하는 정사각형 CDOE를 그리고, 정사각형의 내부와 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 두 선분 CD, CE를 각각 지름으로 하는 두 반원을 정사각형 CDOE의 외부에 그리고, 각각의 두 반원에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



①  $\frac{36-8\pi}{5}$

②  $\frac{58-12\pi}{7}$

③  $\frac{72-16\pi}{7}$

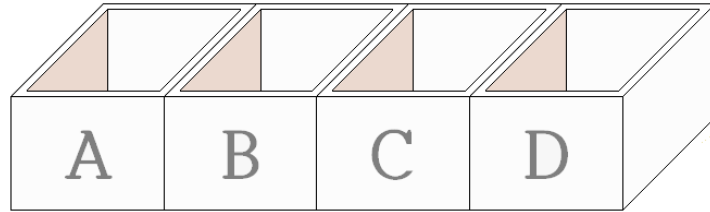
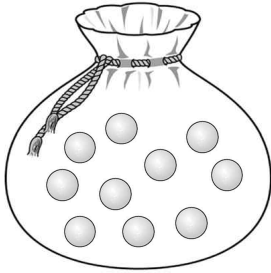
④  $\frac{83-18\pi}{8}$

⑤  $\frac{91-20\pi}{8}$



18. 그림과 같이 10개의 공이 들어 있는 주머니와 일렬로 나열된 네 상자 A, B, C, D가 있다.  
 이 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내어 이웃한 두 상자에 각각 한 개씩 넣는 시행을 5회 반복할 때, 네 상자 A, B, C, D에 들어 있는 공의 개수를 각각  $a, b, c, d$ 라 하자.  
 $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는? (단, 상자에 넣은 공은 다시 꺼내지 않는다.)

[4점]



① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25

19. 1부터  $(2n-1)$ 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는  $(2n-1)$ 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 3장의 카드를 택할 때, 택한 3장의 카드 중 짝수가 적힌 카드의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은  $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단,  $n$ 은 4 이상의 자연수이다.)

정수  $k(0 \leq k \leq 3)$ 에 대하여 확률변수  $X$ 의 값이  $k$ 일 확률은 짝수가 적혀 있는 카드 중에서  $k$ 장의 카드를 택하고, 홀수가 적혀 있는 카드 중에서  $(\boxed{\text{가}} - k)$ 장의 카드를 택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나눈 값이므로

$$P(X=0) = \frac{n(n-2)}{2(2n-1)(2n-3)}$$

$$P(X=1) = \frac{3n(n-1)}{2(2n-1)(2n-3)}$$

$$P(X=2) = \boxed{\text{나}}$$

$$P(X=3) = \frac{(n-2)(n-3)}{2(2n-1)(2n-3)}$$

이다. 그러므로

$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\}$$

$$= \frac{\boxed{\text{다}}}{2n-1}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $a$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때,  $a \times f(5) \times g(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 22                      ②  $\frac{45}{2}$                       ③ 23                      ④  $\frac{47}{2}$                       ⑤ 24

20. 최고차항의 계수가 1 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(6)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

(가)  $f(2) = f'(2) = 0$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(x) \geq -3$ 이다.

① 128

② 144

③ 160

④ 176

⑤ 192

21. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = x^2 + \frac{1}{n}$  이라 하고 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} (x-1)f(x) & (x \geq 1) \\ (x-1)^2 f(x) & (x < 1) \end{cases}$$

이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x)}{x-1} = 0$$

$\neg. n=1$ 일 때, 함수  $g(x)$ 는  $x=1$ 에서 극솟값을 갖는다.

$\vdash. n=1$ 일 때, 함수  $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수가 1인  $n$ 의 개수는 5이다.

①  $\neg$

②  $\neg, \neg$

③  $\neg, \vdash$

④  $\neg, \vdash$

⑤  $\neg, \neg, \vdash$

22. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(300, \frac{2}{5}\right)$ 를 따를 때,  $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 14$ ,  $a_4 + a_5 = 23$ 일 때,  $a_7 + a_8 + a_9$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선  $y=x^3$  과  $y$  축 및 직선  $y=8$  로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

25.  $\left(x^n + \frac{1}{x}\right)^{10}$  의 전개식에서 상수항이 45일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

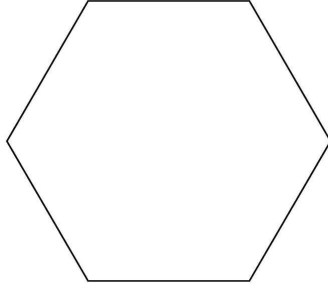
$$p: -3 \leq x < 5, \quad q: k-2 < x \leq k+3$$

에 대하여 명제

‘어떤 실수  $x$ 에 대하여  $p$ 이고  $q$ 이다.’

가 참이 되도록 하는 정수  $k$ 의 개수를 구하시오. [4점]

27. 한 변의 길이가 1인 정육각형의 6개의 꼭짓점 중에서 임의로 서로 다른 3개의 점을 택하여 이 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형의 넓이가  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  이상일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



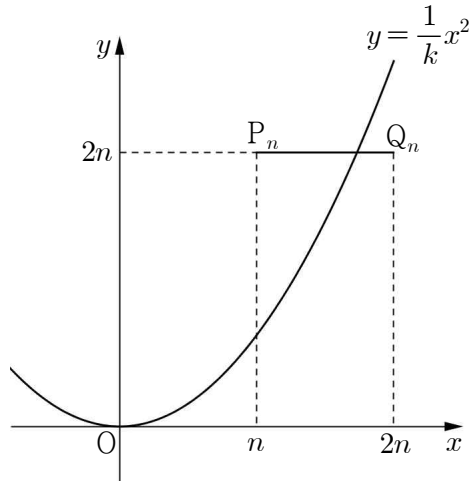


28. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $n^{\frac{4}{k}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수  $k$ 의 개수를  $f(n)$ 이라 하자. 예를 들어  $f(6)=3$ 이다.  $f(n)=8$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

29. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위에 두 점  $P_n(n, 2n)$ ,  $Q_n(2n, 2n)$ 이 있다. 선분  $P_nQ_n$ 과

곡선  $y = \frac{1}{k}x^2$ 이 만나도록 하는 자연수  $k$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]



30.  $a \leq 35$  인 자연수  $a$  와 함수  $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 4$  에 대하여 함수  $g(x)$  를

$$g(x) = |f(x) - a|$$

라 할 때,  $g(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $y = g(x)$  의 그래프와 직선  $y = b$  ( $b > 0$ ) 이 서로 다른 4 개의 점에서 만난다.

(나) 함수  $|g(x) - b|$  가 미분가능하지 않은 실수  $x$  의 개수는 4 이다.

두 상수  $a, b$  에 대하여  $a + b$  의 값을 구하시오. [4점]

관  
망